

SETUP DRILL 08

単振動 設定別ドリル

往復運動の設定を6つに分けた。

やることは毎回2つだけ —— つり合いの位置を見つける、そこからのずれ x で合力を書いて $-Kx$ の形にする。

K さえ出れば、周期も速さも全部そこから出る。 T に振幅は入らない。

使い方

1周目 設定の見出しと公式を読んでから5問続けて解く。

2周目 式を立てる前に「振動の中心はどこか」を書いてから始める。

3周目 見出しを隠して、 K が何になるかを言い当ててから解く。

重力加速度は g 。ばねは軽く、自然の長さからのずれに比例する力を出すものとする。

1章

- ☐ 1周
☐ 2周
☐ 3周

2章

- ☐ 1周
☐ 2周
☐ 3周

3章

- ☐ 1周
☐ 2周
☐ 3周

4章

- ☐ 1周
☐ 2周
☐ 3周

5章

- ☐ 1周
☐ 2周
☐ 3周

6章

- ☐ 1周
☐ 2周
☐ 3周

問題編

解説は後半にまとめてある。先に見ないこと。

中心を決めてから x を置くこと。

SETUP 01

単振動かどうかを見分ける

記号の約束

x 振動の中心からのずれ K 比例定数 ($F=-Kx$ の K) ω 角振動数 T 周期

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「振動する」「往復する」「微小な変位」
2. → つり合いの位置を先に求める
3. → そこから x ずらしたときの合力を書き、 $-Kx$ の形になるか見る

この設定で使う公式

- $ma = -Kx$ の形なら単振動
- $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ / $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$
- T には振幅が入らない (等時性)

1-1 K を読む ★

3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 m の物体の運動方程式が、中心からのずれ x を使って次の形になった。それぞれの周期を求めよ。

1. $ma = -kx$
2. $ma = -4kx$
3. $ma = -\frac{mg}{L}x$

1-2 単振動でない ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

次の運動は単振動か。理由とともに答えよ。

1. $ma = -kx^2$
2. $ma = -kx + F_0$ (F_0 は定数)
3. $ma = -mg$ (鉛直投げ上げ)

1-3 直列・並列 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

ばね定数 k の同じばね2本を使って、質量 m の物体を振動させる。

1. 2本を並列 (横に並べて両方でつなぐ) にしたときの周期を求めよ。
2. 2本を直列 (縦につないで1本にする) にしたときの周期を求めよ。

1-4 等時性 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

ばね振り子について答えよ。

1. 振幅を2倍にすると周期は何倍か。
2. 質量を4倍にすると周期は何倍か。
3. ばね定数を4倍にすると何倍か。

1-5 周期から求める ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 m の物体をあるばねにつけて振動させたところ、周期は T であった。

1. ばね定数を求めよ。
2. 同じばねに質量 $4m$ をつけると周期はどうなるか。

SETUP 02

水平のばね振り子

記号の約束

k ばね定数 A 振幅 m 質量

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「なめらかな水平面」「ばねにつないで放す」
2. → 振動の中心はばねが自然の長さの位置
3. → 静かに放したなら、そのときのずれがそのまま振幅

この設定で使う公式

- $ma = -kx \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
- 最大の速さ（中心で）： $v_{max} = A\omega$
- 最大の加速度（端で）： $a_{max} = A\omega^2$

2-1 基本 ★★

3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな水平面上で、ばね定数 k のばねの一端を固定し、他端に質量 m の物体をつけた。自然の長さから A だけ引き伸ばして静かに放した。

1. 振動の中心はどこか。
2. 振幅を答えよ。
3. 周期を求めよ。

2-2 速さと加速度 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

同じ設定で、 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ とする。

1. 最大の速さを求めよ。
2. 最大の加速度を求めよ。
3. それぞれどこで起こるか。

2-3 途中の速さ ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

同じ設定で、中心から x の位置を通過するときを考える。

1. エネルギー保存の式を書け。
2. そこでの速さを求めよ。
3. $x = \frac{A}{2}$ での速さを求めよ。

2-4 中心から打ち出す ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな水平面上で、ばね定数 k 、質量 m の物体を、ばねが自然の長さの位置で速さ v_0 で打ち出した。

1. 振幅を求めよ。
2. 周期は前問と比べてどうか。
3. 静かに A 引いて放す場合と何が違うか。

2-5 時間 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

水平ばね振り子を、端から静かに放した。周期を T とする。

1. 中心を最初に通過するまでの時間を求めよ。
2. 反対側の端に達するまでの時間を求めよ。
3. $x = \frac{A}{2}$ を最初に通過するまでの時間を求めよ。

SETUP 03

鉛直のばね振り子

記号の約束

x_0 自然の長さからのつり合いの位置までの伸び

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「ばねを鉛直に吊るし」「おもりをつけて振動」
2. → 中心は自然の長さではなく、つり合いの位置
3. → そこからのずれで書けば、重力が式から消える

この設定で使う公式

- つり合い： $kx_0 = mg \rightarrow x_0 = \frac{mg}{k}$
- つり合いから x ずれたとき： $ma = -kx$ (mg が消える)
- 周期は水平とまったく同じ： $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

3-1 中心を出す ★★

3周チェック ☐ ☐ ☐

ばね定数 k のばねを鉛直に吊るし、下端に質量 m のおもりをつけて静止させた。

1. 自然の長さからの伸びを求めよ。
2. ここから振動させたときの中心はどこか。

3-2 重力が消える ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

前問の状態から、おもりをさらに x だけ下に引いたときを考える。下向きを正とする。

1. おもりにはたらく力を書け。
2. 運動方程式を書き、 $-Kx$ の形にせよ。
3. 周期を求めよ。

3-3 自然の長さから放す ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

ばね定数 k のばねを鉛直に吊るし、質量 m のおもりをばねが自然の長さの位置で静かに放した。

1. 振幅を求めよ。
2. 最も下がったときの、自然の長さからの伸びを求めよ。
3. 最大の速さを求めよ。

3-4 離れない条件 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

鉛直のばねの上に台を載せ、その上に質量 m の物体を置いて（固定せずに）上下に振動させる。角振動数を ω 、振幅を A とする。

1. 物体が台から離れるとしたらどの位置か。
2. 離れないための条件を求めよ。

3-5 つり下げて測る ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

あるばねに質量 m のおもりを吊るしたところ、自然の長さから d だけ伸びて静止した。

1. バネ定数を求めよ。
2. このおもりを振動させたときの周期を d 、 g で表せ。

SETUP 04

変位・速度・加速度の式で書く

記号の約束

t 時刻 ϕ 初期位相

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「時刻 t における」「sin を用いて表せ」
2. → 時間が出てきたら三角関数の式
3. → 中心から出発なら sin、端から出発なら cos

この設定で使う公式

- 中心から : $x = A \sin \omega t$ 、 $v = A\omega \cos \omega t$ 、 $a = -A\omega^2 \sin \omega t$
- 端から : $x = A \cos \omega t$ 、 $v = -A\omega \sin \omega t$ 、 $a = -A\omega^2 \cos \omega t$
- いつでも $a = -\omega^2 x$

4-1 どちらを使うか ★★

3周チェック ☐ ☐ ☐

角振動数 ω 、振幅 A の単振動について、時刻 $t = 0$ での状態が次のとき、変位 x の式を書け。

1. 中心を正の向きに通過した瞬間。
2. 正の側の端で静止していた瞬間。

4-2 微分の関係 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

$x = A \sin \omega t$ で表される単振動について答えよ。

1. 速度の式を書け。
2. 加速度の式を書け。
3. a と x の関係を書け。

4-3 位相のずれ ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

$x = A \sin \omega t$ の単振動について答えよ。

1. x が最大になる時刻を1つ求めよ。
2. そのとき v と a はいくらか。
3. v が最大になるのは x が最大になる何秒前か。

4-4 グラフを読む ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

ある単振動の $x-t$ グラフを見ると、 $t=0$ で $x=0$ 、その後 $t=\frac{T}{4}$ で x が最大値 A となる正弦曲線であった。

1. x の式を書け。
2. $t=\frac{T}{2}$ での速度の向きを答えよ。
3. $t=\frac{3T}{4}$ での加速度の向きを答えよ。

4-5 等速円運動の影 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

半径 A の円周上を角速度 ω で等速円運動する点の、ある直径の上への影（正射影）の運動を考える。

1. 影の位置の式を書け。
2. 影の速さが最大になるのはどこか。
3. この見方の利点を述べよ。

SETUP 05

単振動のエネルギー

記号の約束

E 力学的エネルギーの合計

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「速さを求めよ」「振幅を求めよ」で時間が出てこない
2. → 三角関数を使わずエネルギーで解くほうが速い
3. → 中心を基準にすると2項だけで書ける

この設定で使う公式

- $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ (中心基準)
- → $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$
- 鉛直でもこの形のまま使える (重力の分は中心のずれに吸収済み)

5-1 振幅から速さ ★★

3周チェック ☐ ☐ ☐

ばね定数 k 、質量 m 、振幅 A の水平ばね振り子について答えよ。

1. 中心での速さを求めよ。
2. 中心から $\frac{A}{2}$ の位置での運動エネルギーは全体の何倍か。

5-2 速さから振幅 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

ばね定数 k 、質量 m の水平ばね振り子が、中心から x_1 の位置で速さ v_1 であった。

1. 振幅を求めよ。
2. 最大の速さを求めよ。

5-3 平均 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

振幅 A 、ばね定数 k の単振動について、1周期にわたる平均を考える。

1. 力学的エネルギーの合計を求めよ。
2. 運動エネルギーと弾性エネルギーが等しくなる位置を求めよ。

5-4 鉛直で ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

鉛直に吊るしたばね（ばね定数 k ）に質量 m のおもりをつけ、つり合いの位置から A 下に引いて静かに放した。

1. 中心を通過するときの速さを求めよ。
2. 重力の位置エネルギーを別に書き足す必要があるか。

5-5 使い分け ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

単振動の問題で、次のどちらの道具を使うか答えよ。

1. 中心から x の位置での速さ。
2. 時刻 t における位置。
3. 振幅と周期から最大の加速度。

SETUP 06

単振り子・その他の振動

記号の約束

L 糸の長さ ρ 液体の密度 S 断面積

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「糸につるして小さく振らせる」「浮かべて押し込む」
2. → ばねでなくても $-Kx$ の形になれば単振動
3. → ずらしたときに戻そうとする力を書き出す

この設定で使う公式

- 単振り子：復元力 $-mg \sin \theta \approx -\frac{mg}{L}x$
- → $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ (質量によらない)
- 浮力の振動： $-\rho Sgx \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho Sg}}$

6-1 単振り子 ★★★

3周チェック ☐ ☐ ☐

長さ L の軽い糸に質量 m のおもりをつけ、鉛直から小さい角 θ だけ振らせる。最下点からの水平のずれを x とする。

1. 接線方向の復元力を θ で書け。
2. θ が小さいとして x で書け。
3. 周期を求めよ。

6-2 何によるか ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

単振り子の周期について答えよ。

1. おもりの質量を2倍にすると周期は何倍か。
2. 糸の長さを4倍にすると何倍か。
3. 月面（重力加速度が $\frac{g}{6}$ ）ではどうなるか。

6-3 浮力 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

密度 ρ の液体に、断面積 S 、質量 m の細長い棒を鉛直に浮かべた。つり合いの位置からさらに x だけ押し込んで放す。

1. 余分にはたらく浮力を求めよ。
2. 運動方程式を書け。
3. 周期を求めよ。

6-4 U字管 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

断面積 S 、密度 ρ の液体が入った U 字管がある。液面を x だけ押し下げると、反対側は x だけ上がる。液体の全質量を m とする。

1. 液面の高さの差を求めよ。
2. 戻そうとする力を求めよ。
3. 周期を求めよ。

6-5 見分けの総まとめ ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

見たことのない設定で「単振動か」を判定する手順を答えよ。

1. 最初にやることは何か。
2. 次にやることは何か。
3. 何が言えたら単振動か。

解説編

各問の冒頭にどこを振動の中心に取ったかを書いてある。

設定 1 単振動かどうかを見分ける

1-1 係数を拾う

x の係数（符号を除いた値）が K 。

$$\blacksquare(1) K = k \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\blacksquare(2) K = 4k \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\blacksquare(3) K = \frac{mg}{L} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

（これが単振り子。）

答 (1) $2\pi\sqrt{m/k}$ (2) $\pi\sqrt{m/k}$ (3) $2\pi\sqrt{L/g}$

1-2 形が違えば別物

■(1) 単振動でない。 x の1乗に比例していない。

■(2) 単振動である。

$a = 0$ となる $x = \frac{F_0}{k}$ を新しい原点 X に取り直すと

$ma = -kX$ の形になる。中心がずれているだけ。

■(3) 単振動でない。力が x によらない一定の値。

「 x に比例して、逆向き」の2つがそろって初めて単振動。

答 (1) 違う (2) 単振動（中心がずれている） (3) 違う

1-3 合成ばね定数

■(1) 同じだけ伸びるので力は2倍。 $K = 2k$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} \quad (\text{短くなる} = \text{速く振動する})$$

■(2) 同じ力で伸びが2倍になるので $K = \frac{k}{2}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}} \quad (\text{長くなる})$$

並列は固く、直列は柔らかい。

答 (1) $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ (2) $2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

1-4 振幅によらない

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{を見る。}$$

■(1) 1倍 (変わらない)。 T に振幅 A は入っていない。

■(2) $\sqrt{m}$ に比例するので2倍

■(3) $\frac{1}{\sqrt{k}}$ に比例するので $\frac{1}{2}$ 倍

「大きく振ると時間がかかりそう」は直感の誤り。

大きく振れば速さも大きくなって帳消しになる。

答 (1) 変わらない (2) 2倍 (3) 1/2 倍

1-5 逆に問われる

■(1) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ を k について解く

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

■(2) $\sqrt{4} = 2$ 倍なので $2T$

周期を測ればばね定数が分かる —— 実験で質量を測る方法にもなる。

答 (1) $\frac{4\pi^2 m}{T^2}$ (2) $2T$

設定 2 水平のばね振り子

2-1 中心は自然の長さ

■(1) ばねが自然の長さになる位置。

そこでだけ物体にはたらく水平の力が0になるから。

■(2) 静かに放した点が端になるので、振幅は A 。

■(3) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

答 (1) 自然の長さの位置 (2) A (3) $2\pi\sqrt{m/k}$

2-2 $A\omega$ 、 $A\omega^2$

■(1) $v_{max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}}$

■(2) $a_{max} = A\omega^2 = \frac{kA}{m}$

■(3) 速さが最大は中心、加速度が最大は両端。

端では力が最大だが速さは0、中心では力が0だが速さが最大 —— 逆になる。

答 (1) $A\sqrt{k/m}$ (2) $\frac{kA}{m}$ (3) 中心/両端

2-3 エネルギーで出す

■(1) $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

■(2) $v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

■(3) $v = \omega\sqrt{A^2 - \frac{A^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}A\omega$

半分の位置でも速さは 86% 残っている。

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ は暗記の価値がある。

答 (2) $\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}A\omega$

2-4 振幅が変わる

■(1) 端では速さ0なので $v_{max} = v_0 = A\omega$

$$A = \frac{v_0}{\omega} = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$$

■(2) 変わらない。周期は振幅によらない。

■(3) 出発点が中心か端かの違いだけ。

振動そのものは同じ形で、位相（時間の原点の取り方）が $\frac{T}{4}$ ずれている。

答 (1) $v_0\sqrt{m/k}$ (2) 変わらない (3) 出発点が中心か端かの違い

2-5 T の何分の1か

端→中心→端→中心→端 で1周期。

■(1) $\frac{T}{4}$

■(2) $\frac{T}{2}$

■(3) $x = A \cos \omega t$ とおくと $\frac{A}{2} = A \cos \omega t$

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow t = \frac{\pi}{3\omega} = \frac{T}{6}$$

時間を聞かれたら $\cos$ の式に戻る。

答 (1) $\frac{T}{4}$ (2) $\frac{T}{2}$ (3) $\frac{T}{6}$

設定 3 鉛直のばね振り子

3-1 つり合いの位置

■(1) $kx_0 = mg \rightarrow x_0 = \frac{mg}{k}$

■(2) この静止した位置（つり合いの位置）。

水平のときは自然の長さだったが、鉛直では重力のぶんだけ下にずれる。

答 (1) $\frac{mg}{k}$ (2) つり合いの位置

3-2 $-kx$ になる

■(1) 重力 mg （下向き）と、ばねの力 $k(x_0 + x)$ （上向き）

■(2) $ma = mg - k(x_0 + x)$

$kx_0 = mg$ なので $ma = -kx$

重力がきれいに消える。

■(3) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

水平の場合とまったく同じ。だから鉛直も水平も区別せずに解ける。

答 (2) $ma = -kx$ (3) $2\pi\sqrt{m/k}$

3-3 振幅を読む

中心（つり合いの位置）は自然の長さから $\frac{mg}{k}$ 下。

■(1) 放した点は速さ0なのでそこが端。中心までの距離が振幅

$$A = \frac{mg}{k}$$

■(2) 反対の端は中心からさらに A 下なので

$$\frac{mg}{k} + \frac{mg}{k} = \frac{2mg}{k}$$

$$\text{■(3)} \quad v_{\max} = A\omega = \frac{mg}{k} \sqrt{\frac{k}{m}} = g \sqrt{\frac{m}{k}}$$

「静かに放した点＝端」はここでも使える。

$$\text{答} \quad (1) \frac{mg}{k} \quad (2) \frac{2mg}{k} \quad (3) g\sqrt{m/k}$$

3-4 $N \geq 0$ で判定

■(1) 最も上の端。

そこで加速度が下向きに最大（大きさ $A\omega^2$ ）になるから。

■(2) 上端で物体について、下向きを正として

$$mA\omega^2 = mg - N \rightarrow N = m(g - A\omega^2)$$

$$N \geq 0 \text{ より } A\omega^2 \leq g \rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2}$$

「離れる」はまた $N = 0$ の判定（円運動と同じ道具）。

$$\text{答} \quad (1) \text{最上点} \quad (2) A\omega^2 \leq g$$

3-5 実験の式

$$\text{■(1)} \quad kd = mg \rightarrow k = \frac{mg}{d}$$

$$\text{■(2)} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{md}{mg}} = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$$

m も k も消えて、伸びだけで決まる。

単振り子の $2\pi\sqrt{L/g}$ と同じ形になっているのが面白いところ。

$$\text{答} \quad (1) \frac{mg}{d} \quad (2) 2\pi\sqrt{d/g}$$

設定 4 変位・速度・加速度の式で書く

4-1 出発点で決まる

■(1) $t = 0$ で $x = 0$ なので $x = A \sin \omega t$

■(2) $t = 0$ で $x = A$ なので $x = A \cos \omega t$

$t = 0$ の x を代入して合うほうを選ぶだけ。

「静かに放した」と書かれていたら $\cos$ 。

答 (1) $A \sin \omega t$ (2) $A \cos \omega t$

4-2 $\sin \rightarrow \cos$

■(1) $v = A\omega \cos \omega t$

■(2) $a = -A\omega^2 \sin \omega t$

■(3) $a = -\omega^2 \cdot A \sin \omega t = -\omega^2 x$

これが単振動の定義そのもの。

$ma = -m\omega^2 x$ と $ma = -Kx$ を比べれば $K = m\omega^2$ 。

答 (1) $A\omega \cos \omega t$ (2) $-A\omega^2 \sin \omega t$ (3) $a = -\omega^2 x$

4-3 $\frac{T}{4}$ ずつ

■(1) $\sin \omega t = 1 \rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{T}{4}$

■(2) $v = A\omega \cos \frac{\pi}{2} = 0$ 、 $a = -A\omega^2$ (中心向きに最大)

■(3) v が最大なのは $t = 0$ なので $\frac{T}{4}$ 前。

x 、 v 、 a は $\frac{T}{4}$ ずつずれている。

v が x より $\frac{T}{4}$ 進み、 a は x とちょうど逆位相。

答 (1) $\frac{T}{4}$ (2) $v = 0$ 、 $a = -A\omega^2$ (3) $\frac{T}{4}$ 前

4-4 読み取り

■(1) $x = A \sin \frac{2\pi}{T} t$

■(2) $t = \frac{T}{2}$ で $x = 0$ (中心)、そこから負の側へ向かうので負の向き。

■(3) $t = \frac{3T}{4}$ で $x = -A$ (負の端)。

加速度はつねに中心向きなので正の向き。

加速度の向きは、位置さえ分かれば決まる (つねに中心を向く)。

答 (1) $A \sin \frac{2\pi}{T} t$ (2) 負の向き (3) 正の向き

4-5 射影として見る

■(1) 円上の点の座標は $(A \cos \omega t, A \sin \omega t)$ 。

x 軸への影は $x = A \cos \omega t$

■(2) 円上の点が x 軸に垂直に動いているとき、

つまり影が中心 ($x = 0$) にあるとき。

■(3) ω 、 A の意味が図で見え、

$v_{\max} = A\omega$ 、 $a_{\max} = A\omega^2$ が円運動の式から直接読める。

位相のずれも「角度の差」として見える。

答 (1) $A \cos \omega t$ (2) 中心 (3) $A\omega$ 、 $A\omega^2$ や位相差が図から読める

設定 5 単振動のエネルギー

5-1 エネルギーで

■(1) $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = A\sqrt{\frac{k}{m}}$

■(2) 弾性エネルギーは $\frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}kA^2$

残りが運動エネルギーなので $\frac{3}{4}$ 倍。

位置が半分でもエネルギーは $\frac{1}{4}$ しか使っていない。

答 (1) $A\sqrt{k/m}$ (2) $\frac{3}{4}$ 倍

5-2 逆に解く

■(1) $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$

$A = \sqrt{x_1^2 + \frac{mv_1^2}{k}}$

■(2) $v_{\max} = A\omega = \sqrt{\frac{k}{m}x_1^2 + v_1^2}$

1点での x と v が分かれば全部決まる。

答 (1) $\sqrt{x_1^2 + \frac{mv_1^2}{k}}$ (2) $\sqrt{\frac{k}{m}x_1^2 + v_1^2}$

5-3 半分ずつ

■(1) $E = \frac{1}{2}kA^2$ (つねに一定)

■(2) $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}kA^2$

$x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$

中心と端のちょうど中間ではなく、 $\frac{A}{\sqrt{2}} \approx 0.71A$ の位置。

エネルギーが x^2 で効くため、真ん中よりも端寄りになる。

答 (1) $\frac{1}{2}kA^2$ (2) $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$

5-4 同じ式が使える

■(1) つり合いの位置を中心とすれば、水平と同じ式が使える

$v = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}}$

■(2) 必要ない。

重力の効果は「中心が下にずれる」という形ですでに取り込まれている。

$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ を中心からの x で書けば、

重力と自然長からのばねの力の差が、ちょうど $-kx$ にまとまる。

答 (1) $A\sqrt{k/m}$ (2) 必要ない (中心のずれに吸収済み)

5-5 時間がかかるかどうか

■(1) エネルギー ($v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$)。時間が出てこない。

■(2) 三角関数の式。時間が入るので、これしかない。

■(3) どちらでもない、 $a_{max} = A\omega^2$ を直接。

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ で T から ω に直す。

時間がかかるなら $\sin/\cos$ 、要らないならエネルギー。

答 (1) エネルギー (2) 三角関数 (3) $a_{max} = A\omega^2$

設定 6 単振り子・その他の振動

6-1 近似して $-Kx$ **■(1) 重力の接線成分が戻そうとする**

$$F = -mg \sin \theta$$

■(2) θ が小さいとき $\sin \theta \approx \theta \approx \frac{x}{L}$

$$F = -\frac{mg}{L}x \rightarrow K = \frac{mg}{L}$$

$$\text{■(3)} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

m が消えるので、おもりの重さによらない。

答 (1) $-mg \sin \theta$ (2) $-\frac{mg}{L}x$ (3) $2\pi\sqrt{L/g}$

6-2 式を読む

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}。$$

■(1) 変わらない (m が入っていない)**■(2) $\sqrt{4} = 2$ 倍****■(3) $\sqrt{6}$ 倍 —— 約 2.4 倍ゆっくりになる。**

振り子時計を月に持っていくと遅れる。

答 (1) 変わらない (2) 2倍 (3) $\sqrt{6}$ 倍

6-3 沈めた分が復元力**■(1) 余分に沈んだ体積は Sx なので**

余分な浮力は ρSxg (上向き)

■(2) つり合いの位置からのずれで書くと重力とつり合い分の浮力は消える

$$ma = -\rho Sgx \rightarrow K = \rho Sg$$

$$\text{■(3)} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho Sg}}$$

ばねがなくても $-Kx$ の形になれば単振動。

答 (1) ρSxg (2) $ma = -\rho Sgx$ (3) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho Sg}}$

6-4 液柱の振動

■(1) 片方が x 下がり他方が x 上がるので $2x$

■(2) 高さ $2x$ 分の液柱の重さが戻そうとする

$$F = -\rho S(2x)g = -2\rho Sgx$$

■(3) $K = 2\rho Sg$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho Sg}}$$

「 x ずらすと差は $2x$ 」を落とすと $\sqrt{2}$ 倍ずれる。

$$\text{答 (1) } 2x \quad (2) -2\rho Sgx \quad (3) 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho Sg}}$$

6-5 手順を言う

■(1) つり合いの位置を求める（合力が0になる場所）。

■(2) そこから x ずらしたときの合力を書く。

つり合いの条件を代入して整理する。

■(3) $ma = -Kx$ ($K > 0$ の定数) の形になれば単振動。

$$\text{そのとき } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}.$$

ばね・振り子・浮力・U字管、どれもこの3手順で同じように片づく。

$$\text{答 (1) つり合いの位置を求める (2) ずらしたときの合力を書く (3) } ma = -Kx \text{ になれば単振動}$$