

Diagram illustrating the distribution of chapters across six weeks:

- 1 章: ☐ 1周, ☐ 2周, ☐ 3周
- 2 章: ☐ 1周, ☐ 2周, ☐ 3周
- 3 章: ☐ 1周, ☐ 2周, ☐ 3周
- 4 章: ☐ 1周, ☐ 2周, ☐ 3周
- 5 章: ☐ 1周, ☐ 2周, ☐ 3周
- 6 章: ☐ 1周, ☐ 2周, ☐ 3周

問 題 編

解説は後半にまとめてある。先に見ないこと。

基準の高さを先に決めること。

SETUP 01

なめらかな面を滑り降りる・上る

記号の約束

h 基準からの高さ v 速さ m 質量

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「なめらかな」「摩擦を無視する」+高さと速さ
2. → 途中の形（斜面・曲面・ループ）はいっさい関係ない
3. → 始めと終わりの2つの状態だけ書く

この設定で使う公式

- $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$
- 静かに放して高さ h 下がる: $v = \sqrt{2gh}$
- m が消えるので質量によらない

1-1 斜面 ★

3周チェック ☐ ☐ ☐

傾角 θ のなめらかな斜面上の、高さ h の点に質量 m の物体を置き、静かに放した。

1. 斜面の最下点での速さを求めよ。
2. この答えは θ によるか。

1-2 曲面 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな曲面（形は指定しない）の高さ h の点から、質量 m の物体を初速 v_0 で斜面に沿って滑り出させた。

1. 最下点での速さを求めよ。
2. 面の形が違ってても答えは同じか。

1-3 どこまで上る ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな斜面（傾角 θ ）の下端から、質量 m の物体を斜面に沿って初速 v_0 で打ち上げた。

1. 最高到達点の高さを求めよ。
2. 斜面に沿って測った距離を求めよ。

1-4 往復 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな斜面の下端から初速 v_0 で打ち上げた物体が、再び下端に戻ってきた。

1. 戻ってきたときの速さを求めよ。
2. もし摩擦があったらどうなるか。

1-5 複数の高さ ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな面の上を、質量 m の物体が動いている。高さ h_1 の点での速さが v_1 であった。

1. 高さ h_2 ($h_2 < h_1$) の点での速さを求めよ。
2. この物体が到達できる最高の高さを求めよ。

SETUP 02

摩擦があるとき（保存しない）

記号の約束

μ' 動摩擦係数 ℓ 実際に動いた道のり W_f 摩擦がした仕事（負）

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「あらい」「動摩擦係数」
2. → 力学的エネルギーは保存しない
3. → 減った分＝摩擦力×実際に動いた道のりと書く

この設定で使う公式

- （後のエネルギー）－（前のエネルギー）＝ $-\mu' N \ell$
- 水平面： $N = mg$ / 斜面： $N = mg \cos \theta$
- ℓ は変位ではなく道のり（往復なら足す）

2-1 止まるまで ★★

3周チェック ☐ ☐ ☐

あらい水平面（動摩擦係数 μ' ）の上を、質量 m の物体が速さ v_0 で滑り出し、やがて停止した。

1. 摩擦力がした仕事を求めよ。
2. 止まるまでの距離を求めよ。

2-2 あらい斜面を下る ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

傾角 θ のあらい斜面（動摩擦係数 μ' ）の高さ h の点から、質量 m の物体を静かに放した。

1. 斜面に沿って動く道のりを h 、 θ で表せ。
2. 摩擦力がした仕事を求めよ。
3. 最下点での速さを求めよ。

2-3 往復 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

あらい水平面上を、質量 m の物体が速さ v_0 で右へ滑り出し、距離 d 進んだところで壁に当たってはね返り、同じ道を戻って出発点で停止した。

1. 摩擦がした仕事の合計を求めよ。
2. 動摩擦係数を求めよ。
3. 衝突で失われたエネルギーがないとした場合、この答えは正しいか。

2-4 上って戻る ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

傾角 θ のあらい斜面（動摩擦係数 μ' ）の下端から、質量 m の物体を斜面に沿って初速 v_0 で打ち上げた。

1. 斜面に沿って上る距離を求めよ。
2. 戻ってきたときの速さは v_0 より大きい小さいか。理由も述べよ。

2-5 曲面+摩擦 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

高さ h のあらい曲面を、質量 m の物体が静かに滑り降りた。最下点での速さは v であった。曲面に沿った道のりは ℓ とする。

1. 摩擦がした仕事を求めよ。
2. 平均の摩擦力を求めよ。

SETUP 03

ばねを縮めて放す

記号の約束

k ばね定数 x 自然の長さからの伸び・縮み

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「ばね定数 k 」「 x だけ縮めて」
2. → ばねの弾性エネルギーを1項足すだけ
3. → 自然の長さからのずれを x に入れる（長さそのものではない）

この設定で使う公式

- 弾性エネルギー： $\frac{1}{2}kx^2$
- $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$
- ばねが自然の長さに戻った瞬間に**速さが最大**

3-1 水平ばね ★

3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな水平面上で、ばね定数 k のばねを自然の長さから x だけ縮め、質量 m の物体を押しつけて静かに放した。

1. 物体がばねから離れるときの速さを求めよ。
2. 離れる瞬間はばねがどうなったときか。

3-2 斜面に打ち上げ ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな斜面（傾角 θ ）の下端にばね定数 k のばねを置き、 x だけ縮めて質量 m の物体を放した。

1. 物体が到達する最高の高さを求めよ。
2. 斜面に沿った距離を求めよ。

3-3 鉛直ばね ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

鉛直に立てたばね定数 k のばねを x だけ縮め、質量 m の物体を載せて放したところ、物体は真上に飛び上がった。ばねの自然の長さの位置を高さの基準とする。

1. 物体がばねから離れる瞬間の速さを求めよ。
2. 基準から測った最高到達点の高さを求めよ。

3-4 摩擦つき ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

あらい水平面（動摩擦係数 μ' ）の上で、ばね定数 k のばねを x だけ縮めて質量 m の物体を放した。物体はばねから離れたあと、距離 d 進んで停止した。

1. ばねから離れるときの速さを求めよ。（ばねが伸縮する区間の摩擦も考えること）
2. 動摩擦係数を x 、 d で表せ。

3-5 2倍にすると ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな水平面上ではばねを x 縮めて放したときの速さを v とする。

1. 縮みを $2x$ にすると速さは何倍か。
2. ばね定数を $4k$ に変えると速さは何倍か。
3. 質量を $4m$ にすると何倍か。

SETUP 04

投げ上げ・投射をエネルギーで解く

記号の約束

v_0 初速の大きさ θ 投げ出す角度

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「投げ上げ」「投げ出す」+速さと高さだけを聞かれている
2. → 時間を聞かれていないならエネルギーのほうが速い
3. → 斜方投射では最高点でも水平成分が残ることに注意

この設定で使う公式

- $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$
- 斜方投射の最高点：速さは $v_0 \cos \theta$ (0ではない)
- 投げる向きによらず、同じ高さでは同じ速さ

4-1 投げ上げ ★

3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 m の物体を鉛直上向きに初速 v_0 で投げ上げた。

1. 最高点の高さを求めよ。
2. 地面に戻ったときの速さを求めよ。

4-2 斜方投射 ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 m の物体を、水平と角 θ をなす向きに速さ v_0 で投げ出した。

1. 最高点での速さを求めよ。
2. 最高点の高さを求めよ。
3. $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$ としてはいけない理由を述べよ。

4-3 投げる向き ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

高さ H のビルの屋上から、質量 m のボールを速さ v_0 で投げる。

1. 真下に投げたとき、地面に着く速さを求めよ。
2. 真上に投げたとき、斜め上に投げたときはどうか。

4-4 高さを求める ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 m の物体を鉛直上向きに初速 v_0 で投げ上げた。

1. 速さが $\frac{v_0}{2}$ になる高さを求めよ。
2. 運動エネルギーが最初の半分になる高さを求めよ。

4-5 振り子 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

長さ L の軽い糸に質量 m のおもりをつけ、糸が鉛直と角 θ をなす位置から静かに放した。

1. 放した位置は最下点より何だけ高いか。
2. 最下点での速さを求めよ。

SETUP 05

仕事と仕事率

記号の約束

W 仕事 P 仕事率 t 時間

この設定を見分ける手がかり

1. 問題文に「した仕事」「仕事率」「何ワット」
2. → 力と変位の向き関係を先に見る
3. → 垂直なら0、逆向きなら負

この設定で使う公式

- $W = Fx \cos \theta$ (θ は力と変位のなす角)
- $P = \frac{W}{t}$ / 等速なら $P = Fv$
- 垂直抗力・糸の張力（円運動）・静止摩擦（動かないとき）は**仕事0**

5-1 斜めに引く ★

3周チェック ☐ ☐ ☐

水平面上の物体を、水平から角 θ の向きに大きさ F の力で引き、水平に距離 x 動かした。

1. この力がした仕事を求めよ。
2. 重力がした仕事を求めよ。

5-2 仕事が0の力 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

次の力が物体にする仕事について答えよ。

1. なめらかな斜面を滑り降りる物体にはたらく垂直抗力。
2. 等速円運動をしている物体にはたらく糸の張力。
3. 動いていない物体にはたらく静止摩擦力。

5-3 持ち上げる ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 m の物体を、時間 t かけて高さ h まで一定の速さで引き上げた。

1. 引く力の大きさを求めよ。
2. した仕事を求めよ。
3. 仕事率を求めよ。

5-4 $P = Fv$ ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 M の車が、大きさ f の一定の抵抗力を受けながら水平な道を速さ v で等速走行している。

1. エンジンが出している仕事率を求めよ。
2. 同じ仕事率のまま傾角 θ の坂を等速で上るとき、速さを求めよ。

5-5 合力の仕事 ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

質量 m の物体が、速さ v_1 から速さ v_2 になった。

1. この間に物体が受けた**すべての力**がした仕事の合計を求めよ。
2. この関係の名前を答えよ。

SETUP 06

エネルギーで解くか、運動方程式で解くか

記号の約束

v_0 はじめの速さ d 止まるまでの距離

この設定を見分ける手がかり

1. 時間・加速度が出てくる → 運動方程式＋等加速度
2. 速さ・高さ・距離だけ → エネルギー
3. 途中で力が変わる（ばね・曲面）→ 必ずエネルギー

この設定で使う公式

- エネルギーは時間を教えてくれない
- 運動方程式は力が一定でないと使いにくい
- 両方できる問題は、エネルギーのほうが速い

6-1 どちらを選ぶか ★★

3周チェック ☐ ☐ ☐

次の問いに対し、エネルギーと運動方程式のどちらで解くべきか、理由とともに答えよ。

1. なめらかな斜面を高さ h 滑り降りたときの速さ。
2. なめらかな斜面を滑り降りるのにかかる時間。
3. ばねで押し出された物体の最高速度。

6-2 両方でやる ★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな傾角 θ の斜面を、静かに放した物体が斜面に沿って距離 l 滑った。

1. 運動方程式と等加速度の公式から速さを求めよ。
2. エネルギーから速さを求めよ。
3. 一致することを確認めよ。

6-3 時間がかかる ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

あらい水平面（動摩擦係数 μ' ）を、質量 m の物体が速さ v_0 で滑り出し、停止した。

1. 止まるまでの距離をエネルギーで求めよ。
2. 止まるまでの時間を求めよ。
3. (2) をエネルギーだけで出せるか。

6-4 力が変わる ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな水平面上で、ばね定数 k のばねを x 縮めて質量 m の物体を放した。

1. 放した瞬間の加速度を求めよ。
2. 自然の長さに戻った瞬間の加速度を求めよ。
3. この運動で等加速度の公式 $v^2 = 2ax$ を使ってよいか。

6-5 組み合わせ ★★★3周チェック ☐ ☐ ☐

なめらかな斜面（傾角 θ 、高さ h ）を静かに滑り降りた質量 m の物体が、続いてあらい水平面（動摩擦係数 μ' ）に入り、やがて停止した。

1. 斜面を下りきったときの速さを求めよ。
2. 水平面を進む距離を求めよ。
3. 斜面の途中の速さを聞かれた場合、どう解くか。

解説編

各問の冒頭にどこを始めと終わりに取ったかを書いてある。

設定 1 なめらかな面を滑り降りる・上る

1-1 始めと終わりだけ

最下点を高さの基準に取る。

■(1) 始め: $v = 0$ 、高さ h 終わり: 速さ v 、高さ 0

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

■(2) よらない。式に θ が入っていない。

急な斜面ほど速く着くが、着いたときの速さは同じ。

違うのは「かかる時間」のほう。

答 (1) $\sqrt{2gh}$ (2) よらない

1-2 形が関係ない

$$\text{■(1)} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

■(2) 同じ。

なめらかな面から受ける垂直抗力は運動の向きに垂直なので仕事をしない。

だから形をいくら変えても、エネルギーの収支に入ってこない。

これがエネルギーで解く最大の利点。

答 (1) $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$ (2) 同じ

1-3 終わりで $v = 0$ **■(1) 終わりは速さ0**

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$$

■(2) 斜面に沿った距離を ℓ とすると $h = \ell \sin \theta$

$$\ell = \frac{v_0^2}{2g \sin \theta}$$

高さは θ によらず、斜面上の距離だけが θ で変わる。

答 (1) $\frac{v_0^2}{2g}$ **(2)** $\frac{v_0^2}{2g \sin \theta}$

1-4 戻ってきたとき**■(1) 始めと終わりの高さが同じなので、位置エネルギーの差は0**

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = v_0$$

■(2) v_0 より小さくなる。

摩擦は往復とも運動と逆向きにはたらき、
行きも帰りも力学的エネルギーを減らすから。

答 (1) v_0 **(2)** v_0 より小さくなる

1-5 2点を選ぶ**■(1) 2点を直接つなぐ**

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)}$$

■(2) 到達点では $v = 0$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = mgh_{max}$$

$$h_{max} = h_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

途中の点をいくつ経由しても、直接2点を結んでよい。

答 (1) $\sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)}$ **(2)** $h_1 + \frac{v_1^2}{2g}$

設定 2 摩擦があるとき (保存しない)

2-1 運動エネルギーが全部消える

■(1) 運動エネルギーが全部なくなった

$$W_f = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2 \text{ (負)}$$

■(2) $W_f = -\mu' mg \cdot d$ において

$$-\mu' mgd = -\frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow d = \frac{v_0^2}{2\mu'g}$$

m が消えるので質量によらない。

$$\text{答 (1)} -\frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{(2)} \frac{v_0^2}{2\mu'g}$$

2-2 $N = mg \cos \theta$

$$\text{■(1)} \ell = \frac{h}{\sin \theta}$$

■(2) 斜面では垂直抗力は $N = mg \cos \theta$

$$W_f = -\mu' mg \cos \theta \cdot \frac{h}{\sin \theta} = -\frac{\mu' mgh}{\tan \theta}$$

$$\text{■(3)} \frac{1}{2}mv^2 = mgh + W_f$$

$$v = \sqrt{2gh \left(1 - \frac{\mu'}{\tan \theta} \right)}$$

$\mu' = \tan \theta$ なら $v = 0$ —— ちょうど等速で滑る境目。

$$\text{答 (1)} \frac{h}{\sin \theta} \quad \text{(2)} -\frac{\mu' mgh}{\tan \theta} \quad \text{(3)} \sqrt{2gh(1 - \mu' / \tan \theta)}$$

2-3 道のりを足す

■(1) 始めも終わりも高さが同じで、終わりは静止

$$W_f = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

■(2) 道のりは往復で $2d$

$$-\mu' mg(2d) = -\frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow \mu' = \frac{v_0^2}{4gd}$$

■(3) 衝突でも失われるなら、摩擦のぶんはこれより小さくなるので、

上の μ' は大きめの見積もりになる。

摩擦では往復が打ち消さないのがポイント。

$$\text{答 (1)} -\frac{1}{2}mv_0^2 \quad \text{(2)} \frac{v_0^2}{4gd} \quad \text{(3) 大きめの見積もりになる}$$

2-4 行きと帰りで別に立てる

■(1) 上りでは重力も摩擦も減速に効く

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg\ell \sin \theta + \mu' mg \cos \theta \cdot \ell$$
$$\ell = \frac{v_0^2}{2g(\sin \theta + \mu' \cos \theta)}$$

■(2) 小さい。

往復とも摩擦が仕事をして、合計 $2\mu'mg\ell \cos \theta$ だけエネルギーが減るから。

帰りだけを見ると重力は加速に効くが、それは行きに失った位置エネルギーが戻るだけ。

答 (1) $\frac{v_0^2}{2g(\sin \theta + \mu' \cos \theta)}$ (2) 小さい (往復とも摩擦が仕事をするから)

2-5 道のりが与えられる

■(1) $\frac{1}{2}mv^2 = mgh + W_f$

$$W_f = \frac{1}{2}mv^2 - mgh \quad (\text{負の値になる})$$

■(2) 平均の摩擦力を $\bar{f}$ とすると $W_f = -\bar{f}\ell$

$$\bar{f} = \frac{mgh - \frac{1}{2}mv^2}{\ell}$$

曲面では N が場所ごとに変わるので μ' からは出せないが、

エネルギーの差からなら平均が出せる。

答 (1) $\frac{1}{2}mv^2 - mgh$ (2) $\frac{mgh - \frac{1}{2}mv^2}{\ell}$

設定 3 バネを縮めて放す

3-1 弾性→運動

■(1) $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = x\sqrt{\frac{k}{m}}$$

■(2) バネが自然の長さに戻った瞬間。

そこから先はばねが物体を引き戻す向きになるが、物体はばねに付いていないので離れる。

この点で弾性エネルギーが0、運動エネルギーが最大。

答 (1) $x\sqrt{k/m}$ (2) バネが自然の長さに戻ったとき

3-2 項を3つ書く

■(1) 始め：弾性 $\frac{1}{2}kx^2$ 、速さ0、高さ0

終わり：速さ0、高さ h

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh \rightarrow h = \frac{kx^2}{2mg}$$

$$\text{■(2)} \ell = \frac{h}{\sin \theta} = \frac{kx^2}{2mg \sin \theta}$$

(ばねが縮んでいた分の高さは無視できるものとした。)

$$\text{答 (1)} \frac{kx^2}{2mg} \quad \text{(2)} \frac{kx^2}{2mg \sin \theta}$$

3-3 位置エネルギーも動く

■(1) 始めは基準より x だけ低いことに注意

$$\frac{1}{2}kx^2 + mg(-x) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx}$$

■(2) その後は投げ上げ

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{kx^2}{2mg} - x$$

縮めた分の高さを重力に取られるぶん、水平のときより低い。

$$\text{答 (1)} \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx} \quad \text{(2)} \frac{kx^2}{2mg} - x$$

3-4 ばね+摩擦

■(1) ばねが押している区間 (長さ x) でも摩擦がはたらく

$$\frac{1}{2}kx^2 - \mu' mgx = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2\mu' gx}$$

■(2) 出発から停止までを一気につなぐほうが速い。

全道のりは $x + d$ 、始めも終わりも運動エネルギー0

$$\frac{1}{2}kx^2 = \mu' mg(x + d) \rightarrow \mu' = \frac{kx^2}{2mg(x + d)}$$

途中を飛ばして端と端をつなぐのがエネルギーの使い方。

$$\text{答 (1)} \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2\mu' gx} \quad \text{(2)} \frac{kx^2}{2mg(x + d)}$$

3-5 2乗で効く

$$v = x\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ を見る。}$$

■(1) x に比例するので 2倍

■(2) $\sqrt{k}$ に比例するので 2倍

■(3) $\frac{1}{\sqrt{m}}$ に比例するので $\frac{1}{2}$ 倍

エネルギーは x^2 で効くが、速さは x で効く。

答 (1) 2倍 (2) 2倍 (3) 1/2 倍

設定 4 投げ上げ・投射をエネルギーで解く**4-1 時間を経由しない**

■(1) 最高点で速さ0

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$$

■(2) 高さが元に戻るので $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$

$$v = v_0$$

答 (1) $\frac{v_0^2}{2g}$ (2) v_0

4-2 水平成分が残る

■(1) 水平成分は変わらないので $v_0 \cos \theta$

■(2) $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_0 \cos \theta)^2 + mgh$

$$h = \frac{v_0^2(1 - \cos^2 \theta)}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

■(3) 最高点でも止まっていないから。

「最高点＝速さ0」は鉛直投げ上げのときだけ成り立つ。

斜方投射で消えるのは鉛直成分だけ。

答 (1) $v_0 \cos \theta$ (2) $\frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$ (3) 最高点でも水平成分が残るから

4-3 向きによらない

$$\blacksquare(1) \frac{1}{2}mv_0^2 + mgH = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

■(2) どれも同じ。

エネルギーの式には速さの大きさしか出てこないの、向きは関係ない。

違うのは「着くまでの時間」と「落ちる場所」。

速さだけ聞かれたらエネルギー、場所や時間なら等加速度。

答 (1) $\sqrt{v_0^2 + 2gH}$ (2) すべて同じ

4-4 途中の高さ

$$\blacksquare(1) \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + mgh$$

$$h = \frac{3v_0^2}{8g}$$

■(2) 減った運動エネルギーが位置エネルギーになる

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \rightarrow h = \frac{v_0^2}{4g}$$

最高点 $\frac{v_0^2}{2g}$ のちょうど半分。

「速さ半分」と「運動エネルギー半分」は違う —— 読み違いに注意。

答 (1) $\frac{3v_0^2}{8g}$ (2) $\frac{v_0^2}{4g}$

4-5 高さを角度で出す

■(1) 支点から下ろした距離は $L \cos \theta$ なので

$$h = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta)$$

$$\blacksquare(2) mgL(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$$

糸の張力はつねに運動と垂直なので仕事をしない。

だから振り子でも力学的エネルギーが保存する。

答 (1) $L(1 - \cos \theta)$ (2) $\sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$

設定 5 仕事と仕事率

5-1 $\cos$ をかける

■(1) 変位の向きの成分は $F \cos \theta$

$$W = Fx \cos \theta$$

■(2) 重力は鉛直、変位は水平で垂直

$$W = 0$$

答 (1) $Fx \cos \theta$ (2) 0

5-2 垂直かどうか

■(1) 0。垂直抗力は面に垂直、変位は面に沿う向きで直交する。

■(2) 0。張力は中心向き、速度は円の接線向きで直交する。

だから等速円運動では速さが変わらない。

■(3) 0。変位が0なら $W = Fx = 0$ 。

力があっても仕事があるとは限らない。

答 すべて 0

5-3 等速なら $F = mg$

■(1) 一定の速さ＝加速度0なのでつり合っている

$$F = mg$$

■(2) $W = mgh$

■(3) $P = \frac{mgh}{t}$

速さ $v = \frac{h}{t}$ を使えば $P = mgv$ とも書ける。

答 (1) mg (2) mgh (3) $\frac{mgh}{t}$

5-4 等速で走る

■(1) 等速なので駆動力は f とつり合う

$$P = fv$$

■(2) 坂では駆動力が $f + Mg \sin \theta$ 必要

$$P = (f + Mg \sin \theta)v'$$

$$v' = \frac{fv}{f + Mg \sin \theta}$$

仕事率が同じなら、力が要るほど遅くなる。坂で速度が落ちる理由。

答 (1) fv (2) $\frac{fv}{f + Mg \sin \theta}$

5-5 仕事＝運動エネルギーの変化

■(1) $W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

■(2) 運動エネルギーと仕事の関係（仕事とエネルギーの定理）。

「力が何であっても」成り立つ。摩擦でも、ばねでも、電気の力でもよい。

力学的エネルギー保存は、この式の特別な場合にすぎない。

答 (1) $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ (2) 運動エネルギーと仕事の関係

設定 6 エネルギーで解くか、運動方程式で解くか

6-1 問われている量で決める

■(1) エネルギー。速さと高さしか出てこない。

■(2) 運動方程式。エネルギーには時間が入っていないので出せない。

$a = g \sin \theta$ を出して等加速度の公式へ。

■(3) エネルギー。ばねの力は位置で変わるので、

運動方程式では加速度が一定にならず、等加速度の公式が使えない。

答 (1) エネルギー (2) 運動方程式 (3) エネルギー

6-2 同じ答えになる

■(1) $a = g \sin \theta$ 、 $v^2 = 2a\ell$

$$v = \sqrt{2g\ell \sin \theta}$$

■(2) 下がった高さは $h = \ell \sin \theta$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g\ell \sin \theta}$$

■(3) 一致する。

そもそも力学的エネルギー保存は、

運動方程式から時間を消去したものだから当然。

答 どちらも $\sqrt{2g\ell \sin \theta}$

6-3 エネルギーでは出ない

■(1) $\frac{1}{2}mv_0^2 = \mu' mgd \rightarrow d = \frac{v_0^2}{2\mu' g}$

■(2) 運動方程式へ。 $ma = -\mu' mg$ より $a = -\mu' g$

$$0 = v_0 - \mu' gt \rightarrow t = \frac{v_0}{\mu' g}$$

■(3) 出せない。

エネルギーの式に時間は現れないので、

時間を聞かれたら必ず運動方程式に戻る。

答 (1) $\frac{v_0^2}{2\mu' g}$ (2) $\frac{v_0}{\mu' g}$ (3) 出せない

6-4 等加速度が使えない

■(1) 力は kx 、 $ma = kx \rightarrow a = \frac{kx}{m}$

■(2) バネの伸び縮みが0なので力も0 $\rightarrow a = 0$

■(3) 使ってはいけない。

(1)(2) のとおり加速度が途中で変わっているから。

等加速度の公式は「加速度が一定」が前提。

だからばねはエネルギーで解く。

答 (1) $\frac{kx}{m}$ (2) 0 (3) 使えない (加速度が一定でない)

6-5 つなぎ目で受け渡す

■(1) $v = \sqrt{2gh}$

■(2) $\frac{1}{2}mv^2 = \mu' mgd$

$$d = \frac{v^2}{2\mu'g} = \frac{h}{\mu'}$$

(斜面の角度によらない。)

■(3) やはりエネルギー。始めの点とその点を直接つなぐ。

区間ごとに条件が変わる問題は、変わる場所で区切って渡す。

渡すのは**速さ** (=運動エネルギー)。

答 (1) $\sqrt{2gh}$ (2) $\frac{h}{\mu'}$ (3) エネルギーで始点とその点をつなぐ